

Zadání písemné zkoušky z Matematiky 2

FSV UK, LS 2023-24

Termín číslo 3, 11. 6. 2024

1. Určete definiční obor funkce f , spočtěte její parciální derivace všude, kde existují, a napište rovnici tečné roviny v bodě $[1, 0]$.

$$f(x, y) = \sqrt[5]{x^5 - y^5}.$$

(12 bodů)

2. Nalezněte maximum a minimum funkce f na množině M .

$$f(x, y, z) = x + y^2 + z,$$

$$M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3; x + y + z = 0, x^2 + y^2 - z = 0\}$$

(13 bodů)

3. Mějme následující dva vztahy

$$\begin{aligned} \frac{4}{\pi} \arctg(u + xu) + v \arctg(yv) &= 1, \\ \cos(xu + yv) + e^{xv} &= 2v^2. \end{aligned}$$

Ukažte, že vztahy definují na okolí bodu $(0, 0, 1, 1)$ funkce u, v proměnných x, y třídy $\mathcal{C}^1$, pro které platí $u(0, 0) = 1, v(0, 0) = 1$. Spočtěte $\frac{\partial u}{\partial x}(0, 0)$ a $\frac{\partial u}{\partial y}(0, 0)$.

(12 bodů)

4. Spočtěte následující primitivní funkci.

$$\int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 5x + 8}} dx$$

(13 bodů)